БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ТРАНСПОРТНЫХ КОММУНИКАЦИЙ

КАФЕДРА “ГЕОДЕЗИИ И АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ГЕОТЕХНОЛОГИЙ”

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №3 “Методы выявления дополнительных мешающих параметров”

по дисциплине “Теория математической обработки геодезических измерений”

Вариант 6

Выполнил:

ст.гр.31405123

Коваленко А. В.

Проверил: Будо А. Ю.

Минск

2025

ВВЕДЕНИЕ

В геодезической практике все величины разделяются на измеренные и вычисленные, то есть полученные путем вычислений как функции измеренных величин. Результат измерения в геодезии представляет собой именованное число.

По точности результаты измерений делят на равноточные и неравноточные. О равноточности или неравноточности результатов судят по полученным из опыта критериям точности. Основным критерием точности измерений по существующим государственным стандартам является средняя квадратическая погрешность, которая позволяет определить относительную точность – вес измерения.

Существенной особенностью производства геодезических работ является наличие избыточных измерений. При измерении одной одномерной величины (длина, направление и др.) необходимым, для однозначного определения, является одно измерение, остальные будут избыточными. Избыточные измерения позволяют производить математическую обработку результатов измерений одной величины с целью получения её наиболее надежного значения, а также средней квадратической погрешности этого измерения. Однако основной задачей математической обработки измерений одной величины является получение наилучшего приближения вероятного значения величины к её истинному значению и оценка качества измерений.

Обработка многократных измерений одной величины является основой всех других способов обработки и поэтому требует тщательного и всестороннего изучения. Теоретический анализ показывает, что основные проблемы при данной обработке связаны с количеством измерений, степенью незнания закона распределения погрешностей результатов измерений и степенью влияния мешающих параметров. Это деление достаточно условно, так как все они достаточно тесно связаны между собой.

**Цель работы:** выполнить обработку многократно измеренного превышения, выявить наличие гетероскедастичности и автокорреляции в измеренном ряду данных.

Как известно, к основным мешающим параметрам относят значимые грубые и систематические погрешности, незнание влияния которых может испортить эффективность используемой оценки. Способы их выявления делят на параметрические и непараметрические.

К дополнительным мешающим параметрам можно отнести эффект гетероскедастичности (неравноточности результатов измерений) и эффект автокорреляции (зависимости элементов в одном ряду между собой).

Исходными данными для работы является превышение h между двумя точками, измеренное N раз при разном количестве штативов n в каждом измерении.

Таблица 1- Исходные данные

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| h | | n | |
| |  | | --- | | 7.592  7.439  6.829  5.244  7.094  8.123  8.620  6.484  7.402  8.011  6.348  8.885  8.152  5.067  9.075  8.489  7.300  6.083  8.257  6.823  8.441  8.431  5.581  5.220  6.983  6.193  7.014  6.013  9.181  5.077  8.211  6.956  6.998  5.774  8.036  5.757  6.538  6.306  7.491  8.058  5.775  5.753  5.927  7.025  6.986  6.953  7.904  5.332  7.490  6.387  8.743  7.045  9.439  8.061  5.955  6.465  7.415  7.211  8.112  6.827  4.789  6.139 | | |  | | --- | | 6.151  6.425  4.781  7.335  5.380  6.750  5.335  6.754  6.987  6.900  6.194  4.301  7.274  6.544  7.305  6.485  7.962  7.467  7.334  7.743  6.550  8.607  7.297  6.117  7.318  5.724  4.273  6.234  6.145  6.124  6.931  7.883  7.174  8.094  5.522  6.916  6.974  7.229  7.150  7.654  6.825  8.049  7.954  9.541  5.763  6.090  5.893  8.903  6.223  7.833  7.009  8.309  7.032  4.898  4.592  6.808  8.547  5.256  6.807  7.489  7.520 | | |  | | --- | | 13  5  6  15  11  4  6  6  12  9  7  15  1  3  1  12  6  14  10  10  1  11  3  9  12  13  4  15  4  5  6  8  13  11  14  9  3  12  10  3  13  9  15  1  5  10  5  14  4  1  10  14  7  11  12  7  14  9  5  3  7  13 | | |  | | --- | | 4  5  5  4  14  15  2  1  3  7  8  3  11  1  3  6  15  12  2  7  8  4  15  5  7  15  15  10  15  7  8  11  11  8  7  5  6  11  7  5  9  11  4  1  3  15  5  12  2  14  9  6  6  15  13  6  8  14  8  6  14 | |  | |

Ход работы

**3.1. Выявление эффектов гетероскедастичности**

Наиболее простым тестом выявления степени неравноточности групп результатов измерений является критерий ранговой корреляции Спирмена. Критерий выявляет корреляцию между номером измерения i и поправкой

*vi = hi – h,* (3.1)

которая при отсутствии неравенства дисперсий измерений должна быть статистически не значимой. Для этого находят ранги исследуемого ряда следующим образом:

1. Присваивают каждому измерению номер i от 1 до N;

2. Вычисляют среднее арифметическое и отклонение от него для всех элементов ряда;

3. Выстраивают ряд отклонений в вариационный ряд (по возрастанию);

4. Получают ранг ni отклонения vi, который равен номеру i каждого элемента исходного ряда отклонений в вариационном ряду.

5. И так далее для каждого элемента ряда.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена вычисляется по формуле:

r i,v= 1- 6 · = -0.0798067870 (3.2)

Полученный коэффициент корреляции исследуется на значимость при помощи квантиля t распределения Стьюдента, который сравнивается с рассчитанным значением

= = 0.8806837282. (3.3)

Полученное значение сравнивается с эталонным, выбираемым из статистических таблиц по модифицированной вероятности для двухстороннего интервала P=0.95, (1+P)/2=0,95 и числу степеней свободы r=N–2=120 и вычисляется как:

tэт =СТЬЮДРАСПОБР(0,025\*2;120)=1.9797637625. (3.4)

При выполнении неравенства t>tэт исходная гипотеза об отсутствии гетероскедастичности отвергается с вероятностью ошибки (1–P)/2=0,025.

t<tэт, (3.5)

0.8806837282<1.9797637625.

Из чего следует, что наличие систематической ошибки нет.

Второй распространенный тест на наличие гетероскедастичности в результатах измерений называется тестом Голдфелда-Квандта. Его суть: если в вариационном ряду группа первых результатов и группа последних имеет достаточно похожую меру рассеивания, то эффект неравноточности результатов измерений незначителен. Для практической реализации теста поступают следующим образом:

1) делят вариационный ряд на три примерно равных части (меньшая в середине, равные по краям). Два крайних подряда аппроксимируют по методу наименьших квадратов в зависимости от номера i (задача выявления тренда).В моем случае количество чисел в наибольших группах 11, в наименьшей 10.

2) вычисляют суммы квадратов отклонений для первой [*v*2]1 и второй [*v*2]2 регрессий, а также F–статистику Фишера по формуле: [*v*2]2= ∑(hвычi - hi)2=0.999267,(3.7)

hвычi= a · i + b. (3.8)

a= 0.0468660279.

b= 4.6777890244.

где:

F–статистику Фишера вычисляют по формуле:

F = = 0.779829. (3.9)

При этом в числителе должна быть большая величина. Критическое значение Fкр выбираются из таблиц распределения Фишера по уровню значимостиa = 1 – P = 0,05 и числу степеней свободы r1=r2=k-t-1 , где k – число элементов в крайнем ряду, t – число неизвестных параметров (объясняющих переменные) в приятой модели регрессии, т.е. t=2 или Для нахождения квантиля можно воспользоваться статистическими таблицами либо функцией Excel.

При вычислениях принять значение P=0.95. При числе степеней свободы r1=r2=38 значение квантиля F-распределения вероятности будет равно:

Fкр =FРАСПОБР(0,05;38;38)=1.7166871444, (3.10)

F<Fкр, (3.11)

0.779829<1.716687.

Неравенство F <Fкр выполняется, следовательно гетероскедастичности нет.

**3.2. Выявление систематического влияния непараметрическими способами**

Наиболее часто используемые критерии выявления систематических влияний в результатах измерений при условии, что закон распределения неизвестен и количество измерений невелико, это критерий серий и критерий «восходящих» и «нисходящих» серий.

Критерии серий относят к критериям, выявляющим значимость систематического влияния только монотонного характера, (сдвиг или тренд) на основе проверки вероятностной независимости среди элементов исследуемого ряда. Для этого производят вычисления следующим образом

1. Строят вариационный ряд и находят медиану med(h)

2. Формируют знаковый ряд из плюсов и минусов по правилу: если значение исходного (невариационного) ряда больше медианы, то вместо i-го числа записывают знак «+», если меньше, то знак «–». Элементы ряда равные med(h) пропускают.

3. Находят количество серий (последовательностей подряд идущих знаков) V(N)=65.

4. Находят число элементов в наибольшей серииτ(N)=6.

Для стохастической независимости и следовательно отсутствия значимого систематического влияния монотонного характера должны одновременно выполняться два неравенства

v(N) ˃ 0.5 · (N +1 – 1.96), (3.12)

65˃ 50.7

τ(N) ˃ 3,3 · log10(N+1), (3.13)

6<6.89.

Так как одно из неравенств не выполняется, то стохастической независимость есть.

Для его выполнения находят из ряда измерений выборочную медиану med(х). Затем строят знаковый ряд из плюсов и минусов для i-того значения исходного.

В отличие от критерия серий рассматриваемый далее критерий «восходящих» и «нисходящих» серий выявляет смещение среднего значения не только монотонного характера (тренд или сдвиг), но и более общего, например, периодического характера. В нём также исследуется последовательность знаков, но закон её построения следующий: на месте значения исходного ряда ставится «+», если

hi+1 - hi˃0, (3.14)

и соответственно знак «–» при выполнении неравенства

hi+1 - hi<0. (3.15)

Если несколько последовательных измерений равны, то используется только одно из них.

Количество серий V(N)=88.

Число элементов в наибольшей серииτ(N)=3.

Гипотеза об отсутствии систематического влияния принимается в случае выполнения неравенств

v(N) ˃· (2 ·N -1) – 1.96, (3.16)

88>71.9,

τ(N) ˃ τ0(N), (3.17)

где τ0(N)=6, при 46<N≤69.

3 ˃ 2.98.

Поскольку одно из неравенств выполняется, гипотеза об отсутствии систематического влияния отвергается с уровнем значимости (вероятностью ошибки первого рода) от 0.05 до 0.0975.

**3.3. Выявление эффектов автокорреляции**

Под автокорреляцией ряда принято понимать тесноту связи между элементами одного ряда. Чтобы упорядочить эти связи, используют понятие лага – величины сдвига между исследуемыми элементами. Наиболее часто встречается автокорреляция лага (сдвига) 1, т.е. между рядом стоящими элементами в ряду: 1 и2, 2 и 3, 3 и 4 и т.д. Самым известным и используемым тестом на исследование такого рода зависимости является критерий Дарбина-Уотсона, когда по статистике DW, вычисленной по величинам остатков V после аппроксимации ряда линейной функцией, делается вывод о виде и значимости автокорреляции. Эта статистика тесно связана с выборочным коэффициентом корреляции между рядом стоящими остатками и

r = 1, (3.18)

. (3.19)

Тогда из (3.18) – (3.19) имеем:

– если DW ≈ 2, то r ≈ 0 (отсутствие автокорреляции);

– если DW ≈ 0, то r ≈ 1 (положительная автокорреляции);

– если DW ≈ 4, то r ≈ –1 (отрицательная автокорреляции).

Общая схема критерия Дарбина-Уотсона следующая:

1. Строят эмпирическое уравнение регрессии, например, hi от i и находят остатки

, (3.20)

например, как в тесте на основе ранговой корреляции Спирмена (см. Выявление эффектов гетероскедастичности)

2. Рассчитывают по формуле (3.19) статистику DW и при приближенном оценивании, по изложенному выше правилу смотрят к какому числу из 0, 2 или 4 находится ближе вычисленное значение статистики.

3. Исходя из расчетов делают приближенный вывод о возможности того или иного исхода. Можно считать, что если 1.5 < DW< 2.5, то автокорреляция отсутствует, при -0.5 < DW < +0.5 имеем положительную автокорреляцию, т.е. остатки все время возрастают, а для 3.5 < DW < 4.5 – отрицательную автокорреляцию (остатки все время убывают). Результаты тем надежней, чем ближе статистика к ключевым точкам.

**Вывод:**

Таким образом, в ходе лабораторной работы я изучил, выполнил обработку многократно измеренного превышения, выявил наличие гетероскедастичности и автокорреляции в измеренном ряду данных.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. М., Недра, 1983. – 223 с.

2. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений: Учебное пособие для вузов. – М.: Недра, 1984. – 352 с.

3. Чеботарёв А.С. Способ наименьших квадратов с основами теории вероятностей. Издательствогеодезическойлитературы, 1958. – 610 с.

4. Leick A. Adjustment Computations. – Department of Spatial Information Science and Engineering. University of Maine, 1980. – 245 p.

5. Leick A., Humphrey D. Adjustments with examples. – University of Maine, 1986

6. Дегтярёв А.М. Вероятностно-статистические методы в геодезии. Конспект лекций. – Новополоцк: ПГУ, 2005. – 208 с.

7. Михелев, Д.Ш. Геодезические измерения при изучении деформаций крупных инженерных сооружений / Д.Ш. Михелев, И.В. Рунов, А.И. Голубцов. – М., «Недра», 1977, 152 с.